Contraintes, efforts, forces et déformations

Résumé :

Ce document définit les grandeurs caractérisant les contraintes, les forces et les déformations à l'intérieur d'une structure dans un calcul par éléments finis en déplacement et comment cela se traduit dans *Code_Aster*. L'expression de ces grandeurs est donnée pour les éléments finis de mécanique : milieu continu 2D ou 3D, coques et poutres.

1 Statique

1.1 Contraintes

Le postulat de Cauchy est que les efforts de contacts exercés en un point par une partie d'un milieu continu sur une autre ne dépend que de la normale à la surface en ce point délimitant les parties.

Conformément à ce postulat, on appelle vecteur contrainte, pour les milieux non micropolaires, $\mathbf{F}(\mathbf{n})$ le vecteur qui caractérise les forces de contact exercées à travers un élément de surface dS de normale $\mathbf{n}$ sur une partie d'un milieu continu [bib1].

On démontre [bib3], alors, que la dépendance en un point fixé de $\mathbf{F}$ par rapport à la normale $\mathbf{n}$ est linéaire et qu'il existe un tenseur que l'on appelle tenseur des contraintes σ tel que :

$$\mathbf{F}(\mathbf{n})=\sigma\,\mathbf{n}$$

L'unité des contraintes en système international est le $\mathrm{N.m^{-2}}\equiv\mathrm{Pa}$.
Pour l'ensemble de la structure « l'état de contrainte » est caractérisé par un champ de tenseur des contraintes que l'on désigne plus simplement par champ de contrainte.

1.2 Effort

En ce qui concerne les structures de poutres ou de coques, contrairement au cas du milieu continu, il faut noter que :

- seules les directions normales $\mathbf{n}$ des coupures selon l'espace tangent à la variété sont possibles,
- les grandeurs caractéristiques sont obtenues par intégration dans la section ou l'épaisseur des grandeurs définies pour les milieux continus.

1.2.1 Cas des discrets

Les discrets sont des éléments finis qui peuvent ne pas avoir de dimension physique. Ils sont représentés par leur matrice de raideur. Les efforts sont obtenus par la multiplication de cette matrice par le vecteur déplacement :

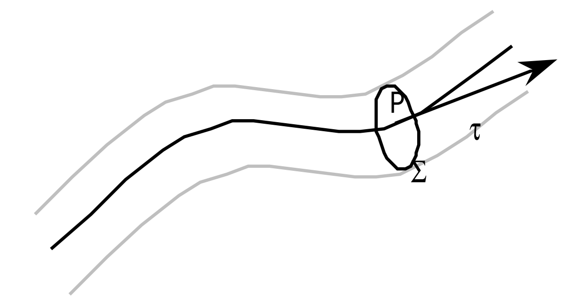
$$\begin{pmatrix} F \\ M \end{pmatrix}=[k].\begin{pmatrix} D \\ R \end{pmatrix}$$

1.2.2 Cas des poutres

On appelle effort, les éléments de réduction (F, M) en P , centre d'inertie géométrique de la section droite Σ , du torseur résultant des forces de contact exercées sur la section [bib2].

Avec les notations précédentes :

$$\begin{aligned} F &= \int_{\Sigma} \mathbf{F}(\tau)\,ds && (N) \\ M_p &= \int_{\Sigma} \mathbf{PM}\wedge\mathbf{F}(\tau)\,ds && (N.m) \end{aligned}$$



La force F se décompose en un effort normal N et des efforts tranchants T dans le plan de la section tandis que le moment M s'exerçant au point P se décompose en un moment de torsion et des moments fléchissants au point P .
Pour les poutres dont la section droite n'est pas considérée comme rigide ces éléments de réduction ne sont pas suffisants : par exemple, pour les poutres prenant en compte le gauchissement des sections on est amené à considérer une grandeur supplémentaire d'effort due au gauchissement (le bimoment).
Les poutres multifibres (à comportement local 1D, reliant des contraintes à des déformations, en un certain nombre de points de la section) et les tuyaux (comportement local en contraintes planes) fournissent à la fois les éléments de réduction des poutres mais aussi un champ de contraintes pour chaque fibre ou secteur.

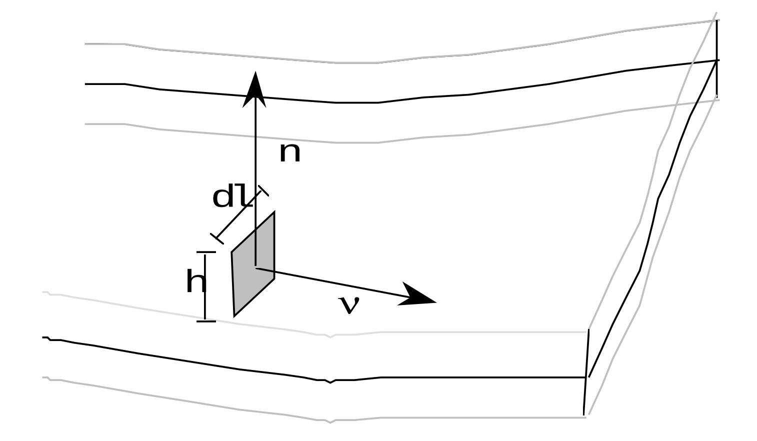
1.2.3 Cas des coques

Soit un point P d'un milieu surfacique S d'épaisseur h , soit un élément de longueur dl sur S , soit n la normale orientant la coque en ce point.

Soient les éléments de réduction (F, M) en ce point d'un torseur résultant des forces exercées à travers un élément de surface $dS = h\,dl$ de normale n tangente à S sur une partie de S .
Avec les notations précédentes :

$$F(P) = \int_{-h/2}^{+h/2} \mathbf{F}(\nu)\,dh \qquad (N)$$

$$M(P) = \int_{-h/2}^{+h/2} \mathbf{PM} \wedge \mathbf{F}(\nu)\,dh \qquad (N.m)$$



Il est clair que M est dans le plan tangent à S en P .
Soit $N(P)$ la projection de $F(P)$ sur le plan tangent à S en P et soit, $T(P)$ sa composante normale à ce plan tangent.

De la même façon que pour les milieux continus, on démontre qu'il existe deux tenseurs symétriques $\mathbf{N}$ et $\mathbf{M}$ et un vecteur Q , définis dans le plan tangent à S , tels que :

$$\mathbf{F}=N\,\nu$$
$$T=Q\cdot\nu$$
$$\mathbf{M}=\mathbf{n}\wedge M\,\nu$$

$(N\,,M\,,Q)$ sont appelés les efforts au point P :

- le tenseur N caractérise les efforts membranaires,
- le tenseur M les moments fléchissants,
- le vecteur Q les efforts tranchants.

Remarques :

- *Il n'y a pas de conventions universelles sur la dénomination et les signes de ces tenseurs. Notamment, le tenseur des moments fléchissants est parfois pris avec un signe inverse dans l'enseignement et dans la pratique des ingénieurs français du génie civil. Notre convention est utilisée dans les grands codes d'éléments finis et permet d'avoir le même signe pour une poutre et une plaque telles que* $\tau=\nu$ *.*
- *Pour des matériaux non linéaires, la loi de comportement est évaluée en plusieurs points de l'épaisseur mais les équations d'équilibre portent toujours sur les champs d'effort. Il n'est pas nécessaire de redescendre aux contraintes pour définir « l'état de contrainte ».*

Liens avec le champ de contraintes

Dans ces conditions soit un repère dont la troisième composante est portée par $\mathbf{n}$, on a ($\alpha\,,\beta=1 \text{ ou } 2$) :

$$N_{\alpha\beta}=N_{\beta\alpha}=\int_{-h/2}^{+h/2}\sigma_{\alpha\beta}\,dh$$
$$M_{\alpha\beta}=M_{\beta\alpha}=\int_{-h/2}^{+h/2}x_3\sigma_{\alpha\beta}\,dh$$
$$Q_{\alpha}=\int_{-h/2}^{+h/2}\sigma_{\alpha 3}\,dh$$

1.3 Forces nodales

On appelle force nodale équivalente ou plus simplement force nodale, un vecteur F qui est le représentant d'une forme linéaire W (liée généralement à une énergie) agissant sur des champs de déplacement $u(x)$ discrétisés par éléments finis.
Les champs de déplacements $u(x)$ s'expriment à partir de ses valeurs nodales qui forment un vecteur q et des fonctions de forme $\Phi_i(x)$ par :

$$u(x)=\sum_i q_i\Phi_i(x)$$

Dans ces conditions :

$$w(u)=\sum_i q_i F_i$$

Remarques :

- *La notion de nœud ici est très générale et veut dire, en fait, porteur de degré de liberté (qu'il soit de Lagrange ou de Hermite).*

- *La notion de déplacement est également très générale et englobe la notion de déplacement généralisé comprenant des translations et des rotations.*

1.4 Représentation des champs

Il y a plusieurs façons de représenter les champs dans une modélisation par éléments finis :

- pour les champs continus sur tout le domaine, on utilise les valeurs aux nœuds (CHAM_NO de *Code_Aster*)
  $u(x)=\sum_i u_i \Phi_i(x)$
  on parle alors de déplacements aux nœuds, de contraintes aux nœuds ou d'efforts aux nœuds,

  Remarque :

  Les champs de contraintes ou d'efforts sont généralement calculés aux points de Gauss, si on les représente de façon continue c'est uniquement à des fins de visualisation.

- pour les autres champs, on utilise les valeurs en certains points caractéristiques des éléments (points de Gauss ou nœuds).
  On parle alors de contraintes par éléments aux nœuds ou d'efforts par éléments aux nœuds, ou encore de contraintes aux points de Gauss ou d'efforts aux points de Gauss.

1.5 Grandeurs associées dans *Code_Aster*

1.5.1 SIEF_R

La grandeur SIEF_R représente « l'état de contrainte » de la structure, elle contient donc, au minimum, les composantes :

- des champs de contraintes des milieux continus (en repère global) :

  SIXX SIYY SIZZ SIXY SIXZ SIYZ

- des champs d'efforts de poutre et de discret (en repère « utilisateur » à la poutre, au discret) :

  N VY VZ MT MFY MFZ

- pour les poutres avec gauchissement, il faut rajouter le bimoment (nécessairement en repère « utilisateur » à la fibre) :

  BX

- des champs d'efforts de coque (nécessairement en repère « utilisateur » à la surface) :

  NXX NYY NXY MXX MYY MXY QX QY

De plus, il est parfois commode de pouvoir exploiter directement les champs d'efforts de poutre et de discret dans le repère global :

FX FY FZ MX MY MZ

Il est également intéressant de représenter les composantes d'un champ de contraintes sur les éléments de poutres ou de coques dans le repère « utilisateur ». Pour cela, on utilisera les mêmes composantes qu'en repère global, bien que la confusion soit possible.

1.5.2 FORC_F et FORC_R

Ces grandeurs représentent les forces appliquées à la structure sur une interface.
Pour :

- un milieu continu c'est donc un vecteur de force,
- une poutre, un torseur de forces,
- une coque, un torseur de forces.

Cette grandeur doit donc avoir les composantes suivantes :

- pour un milieu continu :

  FX FY FZ

- plus pour les poutres et les coques :

  MX MY MZ

1.5.3 DEPL_R

Étant donné que dans *Code_Aster*,

- un champ ne peut être attaché qu'à une seule grandeur,
- que les méthodes d'éléments finis mixtes (mélangeant inconnues de type déplacement et inconnues de type forces nodales) ne sont pas exclues,
- que la dualisation des conditions aux limites conduit à avoir pour inconnu un vecteur comportant des variables de Lagrange qui sont des forces nodales au sens où on l'a précisé plus haut,
- qu'il est nécessaire de pouvoir effectuer n'importe quel type de combinaison linéaire sur les forces nodales,
- que la numérotation des inconnues doit être la même que celle des seconds membres,

les forces nodales (duales au sens de l'énergie W des déplacements nodaux) ont nécessairement les mêmes composantes que les déplacements à savoir :

DX DY DZ DRX DRY DRZ

plus, pour les poutres avec gauchissement, le degré de liberté associé au bimoment : GRX.

1.6 Options de calcul

1.6.1 Calcul de l'état de contrainte

1.6.1.1 Champ SIEF_ELGA

Il s'agit du champ représentatif de l'état de contrainte et permettant de poursuivre des calculs (rigidité géométrique, forces nodales, etc). Il est exprimé aux points de Gauss (et est éventuellement à sous-points pour les éléments de structure). Le préfixe de ce champ est SIEF, car suivant les éléments, il contient des contraintes ou des efforts.

Option de calcul	Nom symbolique de concept RESULTAT	Calcul effectué	3D, 2D, Coques1D TUYAU Poutres multi-fibres	Poutres : POU_D_T POU_D_E POU_D_TG POU_D_T_GD Discrets	Plaques : DKT DST Q4G Q4GG COQUE_3D
SIEF_ELGA	SIEF_ELGA	à partir d'un champ de déplacement en élasticité linéaire	σ	(F, M) en repère « utilisateur »	σ en repère « utilisateur »*

RAPH_MECA FULL_MECA	SIEF_ELGA	en non linéaire	σ	(F, M) en repère « utilisateur »	σ en repère « utilisateur »*

(*) pour les éléments de plaque et de coque, le repère « utilisateur » est celui défini à partir des données de l'utilisateur (mot-clé ANGL_REP ou VECTEUR dans AFFE_CARA_ELEM/COQUE).

Ces options calculent donc :

- le champ de contraintes pour les éléments de milieux continus 2D et 3D, et les éléments à comportement local : COQUE_3D, plaques, coques 1D (COQUE_AXIS, COQUE_D_PLAN, COQUE_C_PLAN), tuyaux, poutres multifibres, en chaque « sous-point » d'intégration (couches dans l'épaisseur des coques, fibres, secteurs angulaires et position dans l'épaisseur pour les tuyaux). Le repère « utilisateur » des plaques et coques peut être spécifique à chaque élément.
- le champ d'efforts pour les poutres (torseur).

1.6.1.2 Champ **SIGM_ELGA**

Il s'agit du champ représentatif de l'état de contrainte aux points de Gauss (ou éventuellement aux sous-points pour les éléments de structure). Le préfixe de ce champ est SIGM car ce champ ne contient que des contraintes. C'est une extraction des contraintes contenues dans le champ SIEF_ELGA.

Option de calcul	Nom symbolique de concept RESULTAT	Calcul effectué	3D, 2D, Coques1D TUYAU Poutres multi-fibres	Poutres : POU_D_T POU_D_E POU_D_TG POU_D_T_GD Discrets	Plaques : DKT DST Q4G COQUE_3D
SIGM_ELGA	SIGM_ELGA	à partir du champ SIEF_ELGA, extraction des contraintes	σ	non-disponible	σ en repère « utilisateur »*

1.6.2 Autres représentations de l'état de contrainte

1.6.2.1 Champ **SIEF_ELNO** et **SIEF_NOEU**

Il s'agit de champs représentatifs de l'état de contrainte à des fins d'exploitation (impression ou post-traitement de visualisation) aux nœuds par élément (ou éventuellement aux sous-points pour les éléments de structure) et aux nœuds de l'élément. Suivant les éléments, ils contiennent des contraintes ou des efforts.

Option de calcul	Nom symbolique de concept RESULTAT	Calcul effectué	3D, 2D, Coques1D TUYAU Poutres multi-fibres	Poutres : POU_D_T POU_D_E POU_D_TG POU_D_T_GD Discrets	Plaques : DKT DST Q4G COQUE_3D
SIEF_ELNO	SIEF_ELNO	par extrapolation aux nœuds des quantités aux points de Gauss	σ	(F, M) en repère « utilisateur »	σ en repère « utilisateur »*

*	SIEF_NOEU	par moyenne arithmétique aux nœuds des quantités aux nœuds par élément	σ	(F, M) en repère « utilisateur »	σ en repère « utilisateur »*

1.6.2.2 Champ **SIGM_ELNO** et **SIGM_NOEU**

Il s'agit d'un champ représentatif de l'état de contrainte à des fins d'exploitation (impression ou post-traitement de visualisation) aux nœuds par élément (ou éventuellement sous-points pour les éléments de structure) et aux nœuds de l'élément. Le préfixe de ce champ est SIGM car ce champ ne contient que des contraintes.

Option de calcul	Nom symbolique de concept RESULTAT	Calcul effectué	3D, 2D, Coques1D TUYAU Poutres multi-fibres	Poutres : POU_D_T POU_D_E POU_D_TG POU_D_T_GD Discrets	Plaques : DKT DST Q4G COQUE_3D
SIGM_ELNO	SIGM_ELNO	par extrapolation aux nœuds des quantités aux points de Gauss	σ	non-disponible	σ en repère « utilisateur »
*	SIGM_NOEU	par moyenne arithmétique aux nœuds des quantités aux nœuds par élément	σ	non-disponible	σ en repère « utilisateur »

Remarques :

1) *Dans ce cas, la confusion est possible entre les composantes en repère utilisateur et celles en repère global qui portent le même nom.*
2) *Les 6 composantes délivrées dans les repères locaux par les poutres et les coques contiennent éventuellement des termes nuls suivant les modèles utilisés. Pour les modèles les plus standards :*
   - *trois termes nuls pour les poutres,*
   - *deux termes nuls pour les coques.*

   Ainsi, le champ de contrainte sera complet et, surtout, il pourra être enrichi chaque fois que la modélisation le nécessitera (poutre avec cisaillement, coque avec pincement, etc...)

1.6.2.3 Champ **EFGE_ELGA**, **EFGE_ELNO** et **EFGE_NOEU**

Il s'agit de champs contenant les efforts sur les éléments de poutre ou de coque à des fins d'exploitation (impression ou post-traitement de visualisation) aux points de Gauss, aux nœuds par éléments et aux nœuds.

Option de calcul	Nom symbolique de concept RESULTAT	Calcul effectué	3D, 2Ds	Poutres, tuyaux, poutre multi-fibres, Discrets	Coques, plaques
EFGE_ELGA	EFGE_ELGA	par intégration des contraintes	non-disponible	(F, M) en repère « utilisateur »	(N, M, V) en repère « utilisateur »

EFGE_ELNO	EFGE_ELNO	à partir d'un champ de déplacement en élasticité linéaire	non-disponible	(F, M) en repère « utilisateur »	(N, M, V) en repère « utilisateur »
EFGE_ELNO	EFGE_ELNO	par intégration des contraintes en non-linéaire	non-disponible	(F, M) en repère « utilisateur »	(N, M, V) en repère « utilisateur »
*	EFGE_NOEU	par moyenne arithmétique aux nœuds des quantités aux nœuds par élément	non-disponible	(F, M) en repère « utilisateur »	(N, M, V) en repère « utilisateur »

1.6.3 Calcul des forces nodales et des réactions généralisées

Les forces nodales généralisées sont calculées à partir de l'état de contrainte, une seule option est prévue :

Option de calcul	Nom symbolique de concept RESULTAT	Calcul effectué	Éléments massifs (3D, 2D)	Poutre, éléments discrets	Coque
FORC_NODA	idem	à partir du champ SIEF_ELGA	Forces	Forces et moments	Forces et moments

Les forces nodales (duales au sens de l'énergie W des déplacements nodaux) ont les mêmes composantes que les déplacements à savoir :

DX DY DZ DRX DRY DRZ

L'option REAC_NODA de l'opérateur CALC_CHAMP effectue un appel à FORC_NODA et soustrait :

- le chargement en statique,
- le chargement, les forces d'inerties et visqueuses en dynamique (dans les faits, la contribution visqueuse en dynamique est actuellement négligée dans CALC_CHAMP).

Pour les éléments massifs, les FORC_NODA en général ont la dimension d'une force. Il s'agit d'un champ sur les nœuds du maillage où la valeur en un nœud est obtenue à partir des contraintes calculées sur les éléments concourants à ce nœud, ainsi leurs valeurs varient donc lorsque le maillage change. En l'absence de chargement réparti, l'équilibre impose leur nullité en un nœud intérieur, tandis qu'elles correspondent à la réaction sur les appuis où l'on impose une relation cinématique (cas d'un déplacement imposé).

Dans le cas des coques, les composantes DX, DY et DZ donnent les FORC_NODA (de dimension d'une force) dans le repère global du maillage. Ces composantes sont construites avec les efforts normaux et tranchants dans la coque. Les composantes DRX, DRY et DRZ donnent les FORC_NODA (de dimension d'un moment) dans le repère global du maillage, construites avec les moments fléchissants dans la coque.

2 Cinématique

2.1 Déformations

2.1.1 Milieu continu

Dans ce cas, les déplacements de la structure sont représentés par un champ de vecteur u à trois composantes en général.
La déformation (dans l'hypothèse des petites perturbations) est définie par le tenseur de déformation ε par (option `EPSI_ELGA` et `EPSI_ELNO`) :

$$\varepsilon_{ij}(u)=\frac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i})$$

On peut vouloir calculer la déformation « mécanique », c'est-à-dire en retranchant les dilatations thermiques (options `EPME_ELGA` et `EPME_ELNO`) :

$$\varepsilon_{ij}^{m}(u)=\frac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i})-\varepsilon^{th}$$

Dans le cas de grands déplacements, les déformations de Green-Lagrange sont (options `EPSG_ELGA` et `EPSG_ELNO`) :

$$E_{ij}(u)=\frac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i}+u_{k,i}u_{k,j})$$

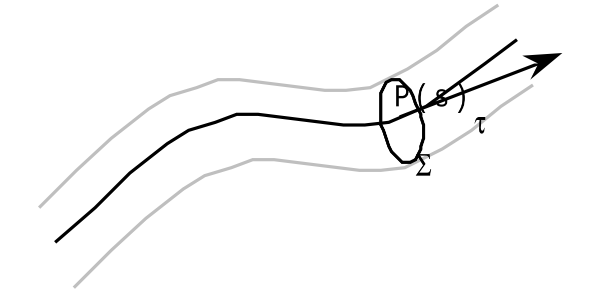
Auxquelles on peut vouloir retrancher les déformations thermiques (options `EPMG_ELGA` et `EPMG_ELNO`) :

$$E_{ij}^{m}(u)=\frac{1}{2}(u_{i,j}+u_{j,i}+u_{k,i}u_{k,j})-\varepsilon^{th}$$

2.1.2 Cas des poutres

Dans les théories de poutres traditionnelles, chaque point P de la poutre représente une section droite. Ce sont donc les éléments de réduction du torseur $(T(s),\Omega(s))$ de déplacement de la section droite supposée rigide qui caractérisent le déplacement du point P à l'abscisse curviligne s . T est la translation du centre d'inertie de la section, $\Omega(s)$ le vecteur rotation de la section en ce point.
L'application du théorème des travaux virtuels (cf.[bib2]) conduit naturellement à définir comme déformation le torseur (ε,χ) dérivée de $(T(s),\Omega(s))$ par rapport à l'abscisse curviligne s :

$$\varepsilon=\frac{dT}{ds}+\tau\wedge\Omega$$
$$\chi=\frac{d\,\Omega}{ds}$$



Posons alors :

$$\varepsilon = \varepsilon_L \tau + \gamma_T$$
$$\chi = \gamma_t \tau + \mathbf{K}$$

ε_L est la déformation longitudinale,

γ_T est le vecteur des déformations de distorsion (nul dans l'hypothèse de Navier-Bernoulli),

γ_t est la déformation de torsion de la section,

$\mathbf{K}$ est la déformation de flexion.

Remarque :

Pour les modélisations de poutre avec prise en compte du gauchissement, la cinématique est plus compliquée à décrire, mais elles conduisent cependant à des notions proches de celles présentées ci-dessus.

2.1.3 Cas des coques

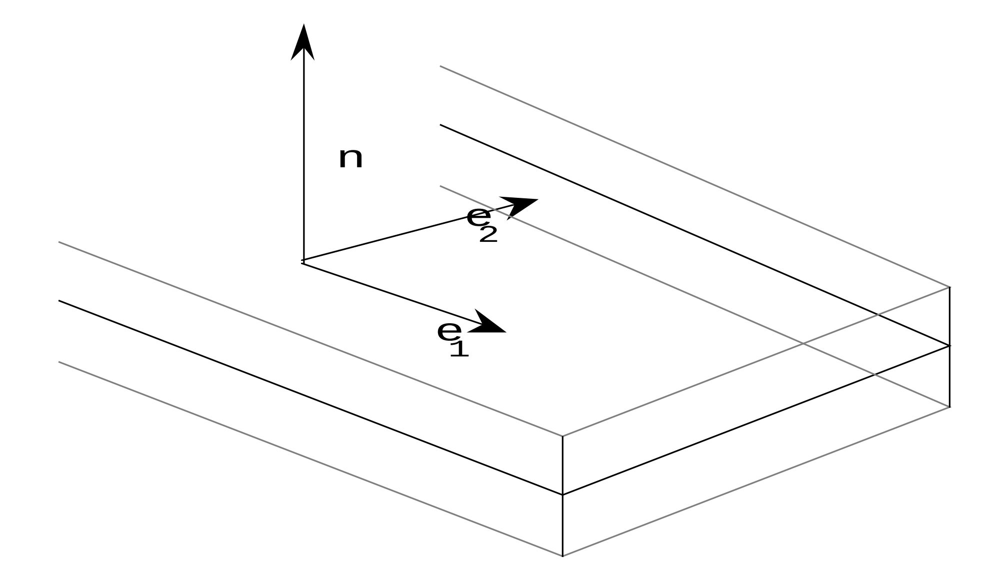
Nous nous limiterons ici aux cas des plaques. En effet, dans le cas général des coques :

- les dérivations spatiales utilisent des notions mathématiques trop compliquées pour le cadre de ce document, [R3.07.04],
- les coques sont très souvent modélisées par des éléments de plaques assemblées.

Dans ce cas, ce sont seulement les normales matérielles qui sont supposées rigides. Le déplacement de ces normales est donc représenté par les éléments de réduction d'un torseur (T, Ω) . T est la translation du point situé sur le feuillet moyen, Ω le vecteur rotation de la normale en ce point.
Il est clair que la composante normale de Ω est nulle (dans le cas de milieux non micro-polaires). On introduit, le vecteur $\mathbf{I}$ dans le plan tangent défini par :

$$\mathbf{I} = \Omega \wedge \mathbf{n}$$

où n est le vecteur normal orientant la surface.



Soit, la décomposition :

$$T = w\,\mathbf{n} + \mathbf{u_T}$$

$\mathbf{u_T}$ est le déplacement tangent,
w est la flèche.

De la même façon que pour les poutres, l'application du théorème des travaux virtuels (cf.[bib2]) conduit à définir comme déformation l'ensemble formé par les tenseurs E et K et le vecteur γ, toutes ces grandeurs étant définies dans le plan tangent par :

$$\begin{aligned} E_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2}\left(u_{\alpha,\beta} + u_{\beta,\alpha}\right) \\ K_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2}\left(l_{\alpha,\beta} + l_{\beta,\alpha}\right) \\ \gamma_\alpha &= l_\alpha + w_{,\alpha} \end{aligned}$$

La déformation est donc définie par 7 réels.

$E_{\alpha\beta}$ sont les déformations membranaires,
$K_{\alpha\beta}$ sont les inverses des courbures du feuillet moyen déformé,
γ_α est le vecteur de déformation de distorsion.

Remarque :

Là encore, il n'y a pas de convention universelle et la disparité des conventions est encore plus grande que pour les tenseurs d'efforts.

Lien avec le champ de déformation tridimensionnel

Dans ces conditions, on a :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha\beta} &= E_{\alpha\beta} + x_3 K_{\alpha\beta} \\ \varepsilon_{\alpha 3} &= \gamma_\alpha \\ \varepsilon_{33} &= 0 \end{aligned}$$

2.2 Grandeurs associées dans *Code_Aster*

2.2.1 DEPL_R et DEPL_C

Les grandeurs `DEPL_R` et `DEPL_C` ont pour composantes les degrés de liberté de la modélisation par éléments finis et n'ont donc pas nécessairement que les composantes des champs de déplacement qui sont :

`DX DY DZ`

à qui il faut adjoindre pour les poutres ou les coques :

`DRX DRY DRZ`

Pour les coques, nous avons besoin des trois composantes du vecteur de rotation, car l'équation aux éléments finis ne peut s'exprimer que dans un repère cartésien global.

2.2.2 EPSI_R

La grandeur EPSI_R représente les déformations de la structure, donc elle doit avoir, au minimum, les composantes :

- des champs de déformations ε des milieux continus (en repère global) :

  EPXX EPYY EPZZ EPXY EPXZ EPYZ

- des champs de déformations de poutre (en repère « utilisateur » à la poutre) :

  EPXX GAXY GAXZ KY KZ GAT

- des champs de déformations de coque (nécessairement en repère « utilisateur » à la surface)

  EXX EYY EXY KXX KYY KXY GAX GAY

2.3 Options de calcul

2.3.1 Champs EPSI_ELGA, EPME_ELGA, EPSG_ELGA et EPMG_ELGA

Il s'agit de champs contenant les déformations aux points de Gauss et éventuellement aux sous-points des éléments.

Option de calcul	Nom symbolique de concept RESULTAT	Calcul effectué	3D	Tuyaux, Poutres multifibres	Coques, plaques (sauf DKTG et Q4GG)
EPSI_ELGA	EPSI_ELGA	à partir d'un champ de déplacement en petites déformations	ε	ε en repère « utilisateur » 6 composantes	ε en repère « utilisateur »
EPSG_ELGA	EPSG_ELGA	Tenseur de Green-Lagrange à partir d'un champ de déplacement	E	non-disponible	non-disponible
EPME_ELGA	EPME_ELGA	à partir d'un champ de déplacement et d'un champ de température en petites déformations	ε^m	non-disponible	non-disponible
EPMG_ELGA	EPMG_ELGA	Tenseur de Green-Lagrange à partir d'un champ de déplacement et d'un champ de température	E^m	non-disponible	non-disponible

2.3.2 Champs EPSI_ELNO, EPME_ELNO, EPSG_ELNO et EPMG_ELNO

Il s'agit de champs contenant les déformations quelle que soit la modélisation à des fins d'exploitation (impression ou post-traitement de visualisation) aux nœuds et éventuellement aux sous-points des éléments.

Option de calcul	Nom symbolique de concept RESULTAT	Calcul effectué	3D	Tuyaux, Poutres multi_fibres	Coques, plaques (sauf DKTG et Q4GG)
EPSI_ELNO	EPSI_ELNO	par extrapolation aux nœuds des quantités au points de Gauss	ε	ε en repère « utilisateur »	ε en repère « utilisateur »
EPSG_ELNO	EPSG_ELNO	par extrapolation aux nœuds des quantités aux points de Gauss	E	non-disponible	non-disponible
EPME_ELNO	EPME_ELNO	par extrapolation aux nœuds des quantités aux points de Gauss	ε^m	non-disponible	non-disponible
EPMG_ELNO	EPMG_ELNO	par extrapolation aux nœuds des quantités aux points de Gauss	E^m	non-disponible	non-disponible
*	EPSI_NOEU	par moyenne arithmétique aux nœuds des quantités aux nœuds par élément	ε	ε en repère « utilisateur »	ε en repère « utilisateur »
*	EPSG_NOEU	par moyenne arithmétique aux nœuds des quantités aux nœuds par élément	E	non-disponible	non-disponible
*	EPME_ NOEU	par moyenne arithmétique aux nœuds des quantités aux nœuds par élément	ε^m	non-disponible	non-disponible
*	EPMG_NOEU	par moyenne arithmétique aux nœuds des quantités aux nœuds par élément	E^m	non-disponible	non-disponible

2.3.3 Champs DEGE_ELGA et DEGE_ELNO

Il s'agit de champs contenant les déformations généralisées sur les éléments de poutre ou de coque à des fins d'exploitation (impression ou post-traitement de visualisation) aux points de Gauss ou aux nœuds de la structure.

Option de calcul	Nom symbolique de concept RESULTAT	Calcul effectué	3D	Poutres, poutres multi-fibres	Plaques, Coques1D
DEGE_ELGA	DEGE_ELGA	à partir d'un champ de déplacement en petites déformations	non-disponible	non-disponible	$(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{K}, \gamma)$ en repère « utilisateur »
DEGE_ELNO	DEGE_ELNO	par extrapolation aux nœuds des quantités aux points de Gauss	non-disponible	(ε, χ) en repère « utilisateur »	$(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{K}, \gamma)$ en repère « utilisateur »

3 Bibliographie

1) F. SIDOROFF : Cours de mécanique des solides Tome 1 E.C.L.

2) F. SIDOROFF : Cours de mécanique des solides Tome 2 E.C.L.

3) C. TRUESDELL, W. NOLL : Encyclopedia of Physics volume III/3 - The non-linear Field Theories of Mech anics Springer-Verlag, 1965.